

## Penyelesaian dalam Persoalan Pemotongan Stok

Abdul Rahman\*, Ihda Hasbiyati, M. D. H. Gamal

Matematika, Universitas Riau

\*Penulis Korespondensi: abdul.rahman1974@grad.unri.ac.id

**Abstract.** Standard-size pipe cutting into some parts that matched consumer request being important aspect for a company, the purpose to find cutting pattern combination which can minimize residual cuts or minimize the amount of stock used. Standard-sized cutting problem stock into some parts also called as one-dimensional cutting stock problem, which aim of looking for cutting pattern for minimizing residual cut. In this article, the illustration is presented to implement one-dimensional cutting stock problem. The illustration resolved with column generation technique to obtain knapsack form and the knapsack problem resolved with dynamic programming. The results show that optimum cutting pattern solution can fulfill demand requests with minimum stock.

**Keywords:** Cutting stock problem; dynamic programming; column generation; knapsack

### 1. Pendahuluan

Program linear adalah suatu teknik yang mengoptimalkan fungsi tujuan dengan memenuhi fungsi-fungsi kendala. Persoalan program linear pertama kali dikembangkan oleh George B. Dantzig tahun 1947. Adapun bentuk umum program linear dalam kasus minimasi dengan tanda ketidaksamaan pada fungsi kendala lebih besar atau sama dengan ( $\geq$ ) adalah

$$\min z = x_1 + x_2 + \dots + x_n,$$

$$\text{kendala } a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \geq b_i, i = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

$$x_j \geq 0 \text{ dan bilangan bulat, } j = 1, 2, \dots, n.$$

dengan

$z$  := fungsi tujuan.

$x_j$  := variabel keputusan ke- $j$  yang tidak diketahui.

$a_{ij}$  := koefisien variabel keputusan ke- $j$  pada fungsi kendala ke- $i$ .

$b_i$  := banyaknya sumber (fasilitas)  $i$  yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit bagian.

$c_j$  := koefisien variabel keputusan ke- $j$  pada fungsi tujuan.

Program linear terus berkembang dan memberikan dorongan kuat bagi kemajuan industri. Salah satu penerapannya adalah dalam menyelesaikan persoalan pemotongan stok.

Persoalan pemotongan stok satu dimensi adalah persoalan pemotongan stok dari panjang standar menjadi beberapa bagian. Tujuan dari persoalan pemotongan stok adalah meminimumkan sisa pemotongan dengan tujuan mengurangi bahan baku sehingga keuntungan dapat dioptimalkan (Reinertsen and Vossen 2010).

Terkait persoalan pemotongan stok satu dimensi telah dilakukan pendekatan program linear untuk menyelesaikan persoalan pemotongan stok pola pemotongan satu dimensi dimana pola pemotongan dibangkitkan dengan menggunakan teknik pembangkit kolom dengan bantuan metode branch and bound (Winston 2004). Persoalan pemotongan stok satu dimensi dipaparkan oleh beberapa peneliti diantaranya melakukan pendekatan program linear pada pola pemotongan stok satu dimensi yang mana stok tersedia dalam berbagai ukuran standar  $L_1, L_2, \dots, L_k$  dengan menggunakan fungsi biaya lalu diselesaikan dengan metode pemrograman dinamik (Gilmore and Gomory 1961). Menyelesaikan persoalan pemotongan stok satu dimensi dengan meminimumkan jumlah pola yang berbeda (Silalahi et al. 2022). Menyelesaikan persoalan pemotongan stok satu dimensi dengan permintaan terbatas dan meminimumkan perencanaan kapasitas objektif (Wongprakornkul and Charnsethikul 2010). Menyelesaikan persoalan pemotongan stok satu dimensi dengan *simulated annealing dan tabu search* (Jahromi et al. 2012). Menyelesaikan persoalan pemotongan stok satu dimensi dengan membagi item, studi kasus pada industri baja (Tanir et al. 2019).

## 2. Metode

Pada artikel ini, digunakan metode kuantitatif dengan cara menimplementasikan persoalan pemotongan stok satu dimensi dan diselesaikan dengan menggunakan teknik pembangkit kolom untuk memperoleh bentuk *knapsack*, dan persoalan *knapsack* tersebut diselesaikan dengan metode pemrograman dinamik, yang mana stok tersedia berukuran panjang dengan tujuan untuk mengetahui banyaknya stok yang digunakan untuk memenuhi permintaan. Teknik pembangkit kolom adalah teknik yang digunakan untuk mengefisieni metode simpleks direvisi pada permasalahan pemotongan persediaan, sehingga langkah-langkah pengerjaannya banyak mengacu kepada metode simpleks direvisi. Tujuan teknik pembangkit kolom adalah membangkitkan atau memilih kolom yang akan digunakan saat menyelesaikan persoalan pemotongan stok. Metode simpleks adalah suatu metode yang penyelesaiannya dimulai dari suatu layak dasar kemudian bergerak ke suatu penyelesaian dasar yang lebih baik sampai diperoleh solusi optimal. Jika persoalan program linear dalam ukuran besar, metode simpleks akan mengalami kesulitan dalam perhitungan, sehingga digunakan metode simpleks direvisi. Perbedaan teknik pembangkit kolom dengan metode simpleks direvisi terletak pada perhitungan variabel nonbasis yang akan masuk menjadi variabel basis (Sabrina, Supriyono, and Suyitno 2014). (Gamal and Bahri 2003) menyelesaikan persoalan pemotongan stok pola pemotongan stok satu dimensi dimana pola dibangkitkan dengan teknik pembangkit kolom dengan bantuan komputasi LINDO.

Persoalan *knapsack* adalah persoalan program linier bilangan bulat dengan memiliki satu kendala dan solusi berupa bilangan bulat. Persoalan *knapsack* digunakan untuk mencari solusi terbaik dalam semua kemungkinan barang disusun yang akan dimasukkan ke dalam karung (Sarker and Newton 2007). Untuk itu digunakan metode program dinamik dalam menyelesaikan subpersoalan *knapsack*. (Taha 2008) menggunakan metode pemrograman dinamik untuk menyelesaikan persoalan *knapsack*. Pada artikel ini menggunakan program Matlab R2019b sebagai alat bantu untuk menyelesaikan persoalan pemotongan stok satu dimensi.

## 3. Hasil dan Pembahasan

Peneliti mengilustrasikan metode tersebut dengan contoh penyelesaian persoalan pemotongan stok satu dimensi. Misalkan sebuah perusahaan pipa memproduksi 13 meter (m). Yang artinya perusahaan tersebut mempunyai pipa panjang 13 m yang akan dipotong dan asumsikan bahwa pipa yang tersedia jumlahnya tidak terbatas pesanan khusus dengan panjang yang berbeda-beda dipenuhi dengan memotong panjang standar 13 m sesuai dengan permintaan yang datang. Contoh pesanan dapat diringkas pada Tabel 1.

**Tabel 1.** Contoh Pesanan

Pesanan (i)	Panjang yang digunakan (meter)	Jumlah yang dipesan (batang)
1	2	25
2	3	20
3	4	15

Persoalan pemotongan stok tersebut menurut (Haessler 1992) dapat dimodelkan sebagai masalah pemrograman linear sebagai berikut :

$$\min z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_5 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12},$$

$$\begin{aligned} \text{kendala } 6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 3x_5 + 2x_6 + 2x_7 + x_8 + x_9 &\leq 25, \\ x_2 + 2x_4 + x_5 + 3x_6 + 2x_8 + x_9 + 4x_{10} + 3x_{11} &\leq 20, \\ x_3 + x_5 + 2x_7 + x_8 + 2x_9 + x_{11} + 3x_{12} &\leq 15, \\ x_j &\geq 0, j = 1, 2, \dots, 12. \end{aligned}$$

Dengan menggunakan metode teknik pembangkit kolom dan untuk persoalan *knapsack* menggunakan metode pemrograman dinamik yang perhitungannya menggunakan program Matlab R2019b. Pilih variabel dasar  $\{x_1, x_{10}, x_{12}\}$  sebagai basis awal. Buat basis awal dalam bentuk matriks. Kemudian dilakukan *knapsack* pertama. Karena nilai fungsi tujuan *knapsack* pertama tidak sama dengan 0, dilakukan uji rasio, diperoleh variabel dasar baru yaitu  $\{x_2, x_{10}, x_{12}\}$ . Hal yang sama dilakukan, sehingga untuk *knapsack* ke dua diperoleh variabel dasar baru yaitu  $\{x_2, x_{11}, x_{12}\}$ . *Knapsack* ke tiga diperoleh variabel dasar baru yaitu  $\{x_2, x_{11}, x_9\}$ . Pada saat *knapsack* ke tiga, nilai fungsi tujuan *knapsack* sama dengan 0. Ini berarti tidak ada lagi pola yang menguntungkan bila dimasukkan ke dalam basis. Jadi  $\{x_2, x_{11}, x_9\}$  sudah optimal. Solusi optimal untuk persoalan pemotongan stok di atas adalah  $x_2 = 3.8462, x_{11} = 3.4615$  dan  $x_9 = 5.7692$ . Solusi bilangan bulat diperoleh dengan pembulatan ke atas, yaitu adalah  $x_2 = 4, x_{11} = 4$  dan  $x_9 = 6$ . Permintaan sebanyak 25 batang panjang 2 m, 20 batang panjang 3 m, 15 batang panjang 4 m dapat dipenuhi dengan memotong pipa panjang standar 13 m sebagai berikut:

- i. Potong pipa panjang standar 13 m sebanyak 4 batang menjadi ukuran 2 m sebanyak 5 batang dan ukuran 3 m sebanyak 1 batang.
- ii. Potong pipa panjang standar 13 m sebanyak 4 batang menjadi ukuran 3 m sebanyak 3 batang dan ukuran 4 m sebanyak 1 batang.
- iii. Potong pipa panjang standar 13 feet sebanyak 6 batang menjadi ukuran 2 m sebanyak 1 batang, ukuran 3 m sebanyak 1 batang dan ukuran 4 m sebanyak 2 batang.

#### 4. Penutup

Dalam artikel ini, metode teknik pembangkit kolom digunakan untuk menyelesaikan persoalan pemotongan stok satu dimensi, sedangkan untuk menyelesaikan persoalan *knapsack*nya digunakan metode pemrograman dinamik. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa solusi optimal pola pemotongan yang diperoleh dapat memenuhi permintaan pemesanan dengan jumlah stok minimum. Pada pengembangannya selanjutnya, penyelesaian masalah dapat dilakukan dalam persoalan pemotongan stok dua dimensi.

#### Daftar Pustaka

Gamal, M. D. H., and Zaiful Bahri. 2003. "Pendekatan Program Linear Untuk Persoalan Pemotongan

- Dtok (Pola Pemotongan Satu Dimensi).” *Jurnal Natur Indonesia* 5: 113–18.
- Gilmore, P. C., and R. E. Gomory. 1961. “A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem.” *Operations research* 9: 849–59.
- Haessler, Robert W. 1992. “One-Dimensional Cutting Stock Problems and Solution Procedures.” *Mathematical and Computer Modelling* 16: 1–8.
- Jahromi, Meghdad Hma, Reza Tavakkoli-Moghaddam, Ahmad Makui, and Abbas Shamsi. 2012. “Solving an One-Dimensional Cutting Stock Problem by Simulated Annealing and Tabu Search.” *Journal of Industrial Engineering International* 8: 1–8.
- Reinertsen, Harald, and Thomas W.M. Vossen. 2010. “The One-Dimensional Cutting Stock Problem with Due Dates.” *European Journal of Operational Research* 201: 701–11.
- Sabrina, Ahlam, Supriyono, and Hardi Suyitno. 2014. “Metode Column Generation Technique Sebagai Penyelesaian Permasalahan Cutting Stock Satu Dimensi Pada Pemotongan Balok Kayu.” *UNNES Journal of Mathematics* 3: 1–8.
- Sarker, Ruhul A., and Charles S. Newton. 2007. *Optimization Modelling: A Practical Approach*. Taylor & Francis Group, Boca Raton.
- Silalahi, Bib Paruhum, Farida Hanum, Fajar Setyawan, and Prapto Tri Supriyo. 2022. “One-Dimensional Cutting Stock Problem to Minimize the Number of Different Patterns.” *BAREKENG : Journal of Mathematical and Its Application* 16: 805–14.
- Taha, Hamdy A. 2008. *Operations Research: An Introduction*. 8th ed. New York: Person Prentice Hall, Upper Saddle River.
- Tanir, D., O. Ugurlu, A. Guler, and U. Nuriyev. 2019. “One-Dimensional Cutting Stock Problem with Divisible Items: A Case Study in Steel Industry.” *Turkish World Mathematical Society Journal of Applied and Engineering Mathematics* 9: 473–84.
- Winston, Wayne L. 2004. *Operations Research: Applications and Algorithms*. 4th ed. Thomson Learning, Belmont.
- Wongprakornkul, Sirirat, and Peerayuth Charnsethikul. 2010. “Solving One-Dimensional Cutting Stock Problem with Discrete Demands and Capacitated Planning Objective.” *Journal of Mathematics and Statistics* 6: 79–83.