

KEMAMPUAN GENERALISASI POLA SISWA BERDASARKAN TAKSONOMI MARZANO

Siti Dinarti¹, Oemi Noer Qomariyah².

¹Prodi Pendidikan Matematika, STKIP PGRI Jombang
email: dinarti.matem@gmail.com

²Prodi Pendidikan Matematika, STKIP PGRI Jombang
email: umi.stkipjb@gmail.com

Abstrak

Belajar mendeskripsikan, mengartikan, dan memperluas pola adalah bagian dari matematika dan berpikir aljabar. Dalam penelitian ini generalisasi berarti mencari pola dan hubungan yang lebih luas serta membuat koneksi dalam berbagai tingkat pemikiran matematis. Mengembangkan kemampuan generalisasi siswa dianggap sebagai salah satu tujuan utama matematika. Kemampuan membuat generalisasi pola melibatkan sejumlah proses atau tahapan, yaitu menyelidiki pola, mewakili generalisasi pola, menafsirkan dan menerapkan persamaan. Penelitian ini dilakukan terhadap 3 siswa SMP Negeri 2 Trowulan yang bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan generalisasi pola siswa. Data penelitian diperoleh dari respon tertulis pengerjaan instrumen generalisasi pola serta hasil wawancara secara mendalam. Kemampuan generalisasi pola siswa dianalisis dengan menggunakan Taksonomi Marzano yang memiliki 3 sistem yaitu sistem diri (apakah siswa terlibat dalam masalah), metakognitif (bagaimana siswa memahami masalah dan membuat garis besar ide untuk menyelesaikan masalah), dan kognitif (bagaimana pemrosesan pengetahuan siswa dalam menyelesaikan masalah). Level dalam Taksonomi Marzano yaitu retrieval, comprehension, analysis, utilization. Penelitian ini mengungkapkan bahwa setiap subjek melalui ketiga sistem dengan cara yang berbeda. Subjek 1 melampaui level 1-5 terbukti dengan berhasilnya subjek mendapatkan bentuk umum dari permasalahan yang disajikan. Subjek 2 cenderung menghindari penggunaan variabel pada awal pengerjaan, kemudian mulai berani menggunakan variabel pada permasalahan kedua. Namun subjek 2 belum mampu melewati level utilization pada ketiga permasalahan. Subjek 3 lebih tertantang untuk menggunakan variabel sejak awal penyelesaian permasalahan. Oleh karena itu didapatkan salah satu implikasi penelitian ini untuk pembelajaran yakni pentingnya menyajikan permasalahan yang berguna untuk merangsang kemampuan matematis siswa sebelum memulai pembelajaran.

Kata Kunci: generalisasi pola, taksonomi Marzano.

Abstract

Learning to describe, interpret, and expand patterns are part of mathematical and algebraic thinking. On this study, generalization means finding pattern and broader relation and make a connection on various levels of mathematical thinking. Developing student generalization abilities are one of the main mathematical goals. The abilities to generalize pattern involves a number of processes or stage, there are investigate pattern, represent pattern, interpret and applying equation. This study was conducted 3 students of SMP Negeri 2 Trowulan. Data were obtained from the written responses and the results of indepth interviews. The abilities of pattern generalization was analyzed use Marzano Taxonomy. Marzano taxonomy has 3 systems, namely self system, metacognitive system and cognitive system. Levels of Marzano Taxonomy namely retrieval, comprehension, analysis, utilization. This study find that each subject passed the systems with different method. First subject passed 1-5 level proved by subject that found general form from the problems gave. Second subject tends to avoid used variable on first problem. She wasn't able pass utilization level on 3 problems. Third subject was more challenged to use variable on early problem. Therefore, we found one of implication of this study for mathematics class, that are the importance of presenting problems that are useful for stimulating students' mathematical abilities before starting learning.

Keywords: Patterns generalization, Marzano Taxonomy.

A. PENDAHULUAN

Kombinasi sistematis berbentuk geometris, suara, simbol, atau tindakan didefinisikan sebagai pola (Tanışli & Özdaş, 2009). Belajar mendeskripsikan, mengartikan, dan memperluas pola adalah bagian dari matematika dan berpikir aljabar. Secara khusus, pola dipandang oleh beberapa peneliti sebagai cara mendekati aljabar karena merupakan langkah mendasar untuk membangun generalisasi, yang merupakan esensi matematika (Zaskis & Liljedahl, 2002).

Generalisasi matematis adalah bagian dari penalaran induksi matematik. Generalisasi merupakan terjemahan dari generalization yang artinya perumuman. Mulligan & Mitchelmore (2009) mengatakan bahwa Pola dapat digambarkan sebagai keteraturan yang dapat diprediksi, biasanya melibatkan numerik, spasial, atau hubungan yang logis. Pentingnya generalisasi dalam pembelajaran telah lama diakui. Generalisasi adalah detak jantung matematika (Davidov, 1990). Jika guru tidak menyadari pentingnya generalisasi dan tidak membiasakan siswa untuk bekerja dalam mengekspresikan generalisasi mereka sendiri, maka penalaran matematika tidak akan terjadi. Generalisasi yang merupakan sarana komunikasi dan alat berpikir, adalah dasar untuk pengembangan pengetahuan matematika dan pusat kegiatan matematika. National Council of Teacher Mathematics (NCTM, 2000) menyatakan generalisasi sebagai salah satu tujuan utama pembelajaran matematika. Generalisasi dapat dianggap sebagai salah satu rute utama untuk memperkenalkan siswa untuk aljabar (Radford, 2010).

Aljabar adalah generalisasi dari ide-ide aritmatika dimana nilai dan variabel yang tidak diketahui dapat ditemukan dengan pemecahan masalah. Kaput (1999) mendeskripsikan lima bentuk penalaran aljabar, yaitu (1) Generalisasi dari aritmatika dan dari pola pada semua cabang matematika, (2) Penggunaan simbol, (3) Pembelajaran tentang struktur dalam sistem bilangan, (4) Pembelajaran tentang pola dan fungsi, (5) Proses pemodelan matematika yang mengintegrasikan keempat hal sebelumnya. Proses membuat generalisasi bilangan dan aritmatika dimulai dari tingkat prasekolah dan berlanjut sampai siswa mempelajari semua aspek bilangan dan perhitungan.

Swafford & Langrall (2000) menyatakan bahwa kemampuan membuat generalisasi untuk pola melibatkan sejumlah proses atau tahapan, yaitu menyelidiki pola, mewakili generalisasi pola, menafsirkan dan menerapkan persamaan. Inti dari pembelajaran matematika adalah pemecahan masalah. Tugas eksplorasi pola dapat berkontribusi pada pengembangan kemampuan yang berhubungan dengan pemecahan masalah, melalui penekanan analisis kasus-kasus tertentu, mengorganisasi data secara sistematis, menduga dan generalisasi. Prinsip dan Standar Sekolah Matematika (NCTM, 2000) mengakui pentingnya bekerja dengan angka, geometris dan bergambar pola. Di sisi lain, Geometri dianggap sebagai sumber masalah yang menarik yang dapat membantu siswa mengembangkan kemampuan seperti visualisasi, penalaran dan argumentasi matematika.

Dalam Early Childhood Mathematics (2010) Pembelajaran tentang pola adalah sentral dari seluruh pembelajaran matematika, jika siswa dapat mengembangkan apresiasinya terhadap pola dan dapat mengenalinya pada konteks yang berbeda maka transfer pembelajaran akan berjalan lebih mudah. Hashemia dkk (2013) menyebutkan bahwa melatih siswa bekerja dengan pola dapat berkontribusi untuk meningkatkan pengetahuan matematika, khususnya mengenai berpikir aljabar. Dengan mengetahui tingkat kemampuan siswa dalam menggeneralisasikan pola, guru dapat menggunakannya sebagai pedoman untuk mempersiapkan bahan pembelajaran dan mempersiapkan tugas yang mendukung pembelajaran dengan materi aljabar yang lebih luas. Dengan demikian pelevelan kemampuan siswa dalam menggeneralisasikan pola menjadi sangat penting.

Mason (2010) menyatakan bahwa tahapan proses generalisasi matematis siswa ada 4 yaitu (1) *Preception of generality* yaitu proses mempresepsi dan mengidentifikasi pola. (2) *Expression Of generality*, yaitu menggunakan hasil identifikasi pola untuk menentukan struktur atau data atau gambaran suku berikutnya. (3) *Symbolic Expression Of Generality* yaitu memformulasikan keumuman secara simbolis. (4) *manipulation Of Generality* yaitu menggunakan hasil generalisasi untuk menyelesaikan masalah.

Salah satu cara untuk mengidentifikasi proses generalisasi pola siswa yaitu dengan menggunakan taksonomi Marzano yang dikembangkan oleh Marzano & Kendall (2006). Marzano & Kendall (2006) mengembangkan model taksonomi yang memadukan faktor yang berjangkauan luas yang mempengaruhi bagaimana siswa berpikir. Model yang digunakan untuk

mengembangkan Taksonomi Marzano yang tidak hanya menjelaskan bagaimana manusia memutuskan apakah akan terlibat dalam tugas baru di suatu waktu, tetapi juga menjelaskan bagaimana informasi diproses setelah keputusan untuk terlibat telah dibuat. Model Taksonomi Marzano menyatakan tiga sistem mental: sistem diri, sistem metakognitif, dan sistem kognitif. Sistem kognitif mempunyai empat level yaitu *retrieval*, *comprehension*, *analysis*, *knowledge utilization*. Sedangkan komponen keempat dari model tersebut adalah pengetahuan. Setiap sistem mempengaruhi tingkat kesuksesan siswa dalam mengerjakan tugas.

Taksonomi Marzano menggabungkan dasar-dasar dari tingkat berfikir para proses kognitif dan proses metakognitif, sebagaimana konsep-konsep tersebut berhubungan dengan manfaatnya, motivasinya, dan emosi sebagai pendukung. Enam level taksonomi Marzano juga berinteraksi dengan apa yang disebut Robert Marzano "tiga pengetahuan awal", yakni: (1) Informasi, mencakup kosa kata, isi secara lengkap, atau prinsip. (2) Prosedur mental, mencakup mengklarifikasikan secara umum dan memonitor metakognitif. (3) Prosedur psikomotor, mencakup keahlian dan kecakapan atau penampilan.

Berikut enam level yang dikemukakan dalam taksonomi Marzano (Marzano, 2001), antara lain:

Tabel 1. Level dalam Taksonomi Marzano

Sistem	Level	Deskripsi
Kognitif	<i>Retrieval</i> (pengetahuan)	Prosedur dari proses pengetahuan, mengingat kembali atau melakukan.
	<i>Comprehension</i> (pemahaman)	Proses dari urutan atau struktur pengetahuan, langkah-langkah dan gambarannya secara mendasar untuk pemahaman dasar atau pemahaman awal.
	<i>Analysis</i> (analisis)	Proses mengakses dan menguji pengetahuan mengenai persamaan dan perbedaan, serta mendiagnosa kesalahan.
	<i>Utilization</i> (penggunaan)	Proses penggunaan pengetahuan, menyikapi, memecahkan masalah, merencanakan investigasi, merencanakan keputusan, dan mengaplikasikan.
Metakognitif	Metakognisi	Proses untuk memonitor apa dan bagaimana pengetahuan bisa dimengerti, serta pengujian secara sadar terhadap proses-proses kognitif untuk melihat apakah proses tersebut mempengaruhi tujuan yang akan dicapai.
<i>Self-System</i>	<i>Self</i>	Proses mengidentifikasi respon atau rangsangan emosi, melatih persepsi, motivasi, dan manfaatnya terhadap pengetahuan awal.

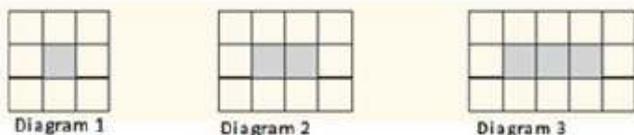
Penelitian terdahulu tentang kemampuan generalisasi pola siswa telah dilakukan oleh Dinarti (2015), Taksonomi yang dipakai untuk mendeskripsikan kemampuan generalisasi pola siswa pada penelitian terdahulu adalah taksonomi SOLO. Sedangkan wulandari (2014) menggunakan taksonomi Marzano sebagai kerangka berpikir untuk mendeskripsikan proses berpikir aljabar siswa yang tidak lepas dari proses generalisasi pola. Pengembangan instrumen penilaian hasil belajar matematika yang mengacu pada Taksonomi Marzano telah dilakukan oleh Fortuna (2018). Untuk itu, perlu dikembangkan penelitian serupa yang berfokus pada kemampuan generalisasi pola siswa menggunakan Taksonomi Marzano. Tujuan penelitian ini adalah mendapatkan deskripsi mengenai kemampuan generalisasi pola siswa SMP kelas VIII berdasarkan pada tingkatan taksonomi Marzano.

B. METODE

Penelitian ini akan melihat kemampuan generalisasi pola siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar berdasarkan model Taksonomi Marzano, yang selanjutnya disebut pemrosesan pengetahuan. Pemrosesan pengetahuan dilihat dari perilaku siswa dalam menyelesaikan masalah aljabar. Proses berpikir ini dikaji menggunakan model Taksonomi Marzano yang memuat tiga sistem, yaitu sistem diri, sistem metakognitif, dan sistem kognitif, serta pengetahuan. Pada taksonomi ini sistem diri terlibat pertama, kemudian sistem metakognitif, dan yang terakhir sistem kognitif. Ketiga sistem tersebut menggunakan simpanan pengetahuan siswa. Sistem diri memuat suatu jaringan dari keyakinan dan tujuan yang saling berhubungan yang digunakan untuk membuat keputusan tentang kelayakan keterlibatan dalam suatu tugas. Sistem metakognitif bertanggung jawab membuat tujuan yang berhubungan dengan tugas baru dan mendesain strategi untuk pencapaian tujuan yang pernah dibuat. Sistem kognitif bertanggung jawab untuk memproses informasi secara efektif yang perlu untuk penyelesaian tugas. Sistem kognitif terdiri dari pemanggilan pengetahuan (retrieval knowledge), pemahaman (comprehension), analisis (analysis), penggunaan pengetahuan (utilization knowledge). Selanjutnya proses berpikir siswa akan dilevelkan berdasarkan level pemrosesan pengetahuan Taksonomi Marzano. penelitian semacam ini tergolong penelitian kualitatif.

Penelitian ini dilakukan di SMP N 2 Trowulan kabupaten Mojokerto. Subjek dalam penelitian ini sudah mendapatkan pembelajaran mengenai pola dan aljabar. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas VIII SMP Negeri 2 Trowulan. Karena dalam penelitian ini membutuhkan penjelasan siswa secara lisan dan tulisan, maka pemilihan subjek lebih diutamakan kepada siswa yang memiliki kemampuan komunikasi lisan dan tulisan baik. Informasi mengenai calon subjek penelitian akan di diskusikan dengan guru mata pelajaran matematika. Kegiatan penelitian diawali dengan pemilihan bakal calon subjek penelitian. Pertama, dipilih siswa dengan performa belajar yang bagus untuk diberikan tugas generalisasi pola. Pemilihan siswa berdasarkan rekomendasi dari pengajar matematika di lokasi penelitian. Siswa yang terpilih diminta untuk menyelesaikan tugas awal generalisasi pola. Siswa yang berhasil menyelesaikan tugas dengan baik, dipilih sebagai bakal calon subjek. Bakal calon subjek selanjutnya diberikan tugas generalisasi pola yang sudah divalidasi. Berdasarkan jawaban siswa, akan dipilih siswa sesuai dengan indikator Taksonomi Marzano. Selanjutnya dipilih subjek yang akan diwawancarai untuk mendapatkan deskripsi kemampuan yang mendukung generalisasi pola. Pada saat wawancara, subjek juga diberi bantuan yang diperlukan untuk mengecek pengetahuan siswa, serta diminta menyatakan secara keras apa yang dipikirkannya (Think Aloud). Instrumen utama penelitian ini adalah peneliti yang dipandu dengan instrumen lembar tugas generalisasi pola. Peneliti bertindak sebagai instrumen utama penelitian yang mengumpulkan data, menganalisis data, menafsirkan data, dan melaporkan hasil penelitian. Lembar tugas generalisasi pola terdiri dari 3 pertanyaan tentang pola yang telah dirancang oleh peneliti yang memenuhi kriteria soal dan memenuhi jawaban yang sesuai dengan karakteristik level kemampuan taksonomi Marzano. Lembar tugas dirancang peneliti berdasarkan sumber-sumber mengenai generalisasi pola disertai perubahan yang sesuai. Ketiga soal memiliki kompleksitas yang berbeda, dimulai dari kompleksitas soal rendah, sedang dan tinggi. Soal 1 tentang masalah persegi putih merupakan hasil adopsi dari Smith & Hillen (2007). Soal 2 tentang masalah ubin dan soal 3 tentang masalah banyak segitiga diadaptasi dari Seng & Yee (2007). Instrument tersebut dapat dilihat pada gambar.

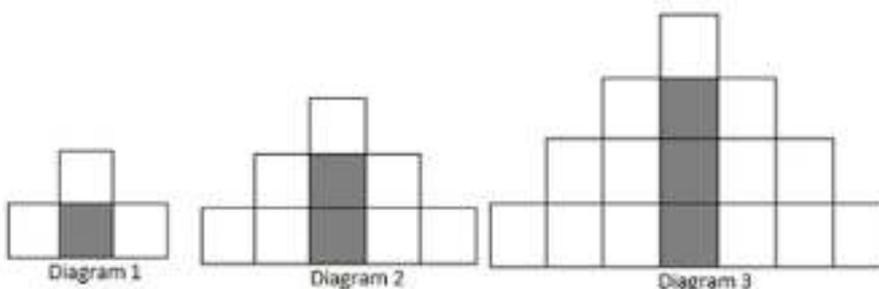
1. Barisan diagram berikut tersusun atas persegi-persegi hitam dan putih. Diagram 1 tersusun atas 1 persegi hitam dan 8 persegi putih. Barisan tersebut berlanjut seperti ditunjukkan pada diagram 2, 3 dan seterusnya.



- Berapa banyak persegi putih yang akan mengelilingi 50 kotak hitam?
- Jelaskan bagaimana kalian mendapatkan aturan untuk mengetahui banyak persegi putih pada diagram ke- n .

Gambar 1. Masalah Persegi

2. Diagram berikut menunjukkan susunan pemasangan ubin sebuah ruangan.



- Berapa banyak ubin putih yang dipakai pada diagram ke-97?
- Berapa banyak ubin putih yang dipakai pada diagram ke-70?
- Jelaskan bagaimana kalian mendapatkan banyak ubin putih pada diagram ke- n .

Gambar 2. Masalah Ubin

3. Perbatikan diagram berikut, kemudian lengkapilah tabelnya.

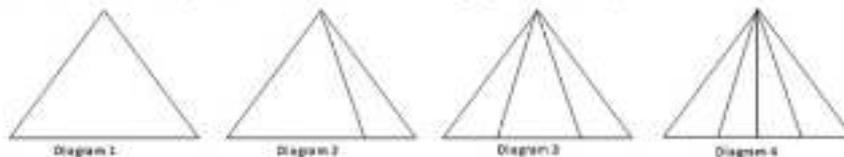


Diagram	1	2	3	4	5	6	...
Banyak segitiga	1	3	6				

- Berapa banyak segitiga yang ada pada diagram ke-77?
- Berapa banyak segitiga yang ada pada diagram ke-65?
- Jelaskan banyak segitiga yang akan ada pada diagram ke- n .

Gambar 3. Masalah segitiga

Analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan metode perbandingan tetap (constant comparative method) yang dikemukakan oleh Glaser dan Strauss (1967:105). Metode perbandingan tetap melalui 4 tahap yaitu reduksi data, kategorisasi, sintesiasi dan menyusun teori atau hipotesa kerja. Dalam menganalisis kemampuan generalisasi pola, peneliti menggunakan data dari hasil pengerjaan instrumen generalisasi pola dan wawancara. Dari jawaban instrumen akan dilihat struktur berpikir siswa menggunakan Taksonomi Marzano. Berikut merupakan indikator kemampuan generalisasi pola berdasarkan Taksonomi Marzano dalam penelitian ini.

Tabel 2. Indikator kemampuan generalisasi pola berdasarkan Taksonomi Marzano

Sistem	Level	Deskripsi
Kognitif	<i>Retrieval</i> (pengetahuan)	Siswa menyadari bahwa tugas yang dihadapi adalah tugas tentang pola. Siswa mampu merepresentasikan gambar menjadi bentuk susunan angka.
	<i>Comprehension</i> (pemahaman)	Siswa mampu melihat pola gambar dan memperluas hubungan berikutnya dengan memecah secara manual pola yang tersedia. Kemudian melanjutkan susunan tersebut dengan menggambar dan memecah secara berlanjut.
	<i>Analysis</i> (analisis)	Siswa mampu melihat pola yang ada sebagai proses yang berurutan. Yaitu mengenali hubungan antara pola-pola dalam rangkaian tersebut. Lalu menggunakan hubungan itu untuk melanjutkan pada pola berikutnya.
	<i>Utilization</i> (penggunaan)	Siswa mampu menggeneralisasikan pola berdasarkan hubungan yang ada mejadi satu persamn atau bentuk umum. Kemudian menggunakan bentuk umum itu untuk menemukan pola selanjutnya tanpa kembali memecah secara manual.
Metakognitif	Metakognisi	Siswa menentukan tujuan dan strategi Tujuan: menentukan pola lanjutan hingga menemukan bentuk umum sesuai informasi yang disajikan Strategi: - Menentukan informasi apa yang diketahui dan yang ditanyakan - Menyimpulkan bilangan yang tidak diketahui dengan variabel - Menggunakan variabel dan informasi yang diberikan untuk membuat bentuk umum - Menyelesaikan bentuk umum untuk mendapatkan pola yang diminta
<i>Self-System</i>	<i>Self</i>	Siswa terlibat dengan mengerjakan masalah yang diberikan. Mampu mengorganisasikan diri dan memotivasi diri untuk menyelesaikan masalah yang disajikan.

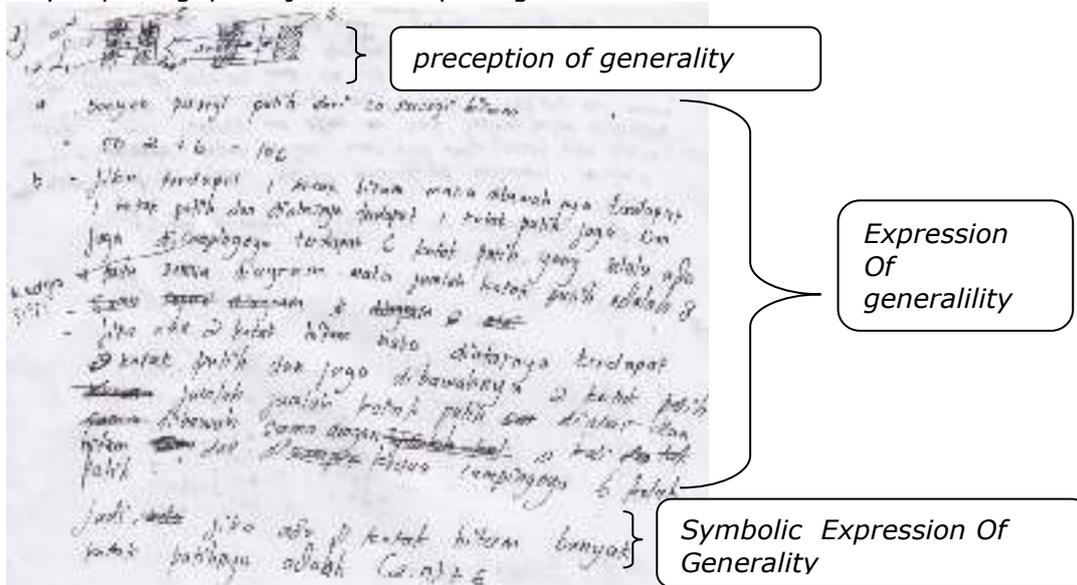
Setelah dilakukan tes dan wawancara. Peneliti akan mendeskripsikan kemampuan masing-masing subjek dalam menggeneralisasikan pola. Kemudian akan diklasifikasikan secara rinci kemampuan setiap subjek terhadap tiga sistem dalam Taksonomi Marzano yang telah dituliskan sebelumnya

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini peneliti mendapatkan tiga subjek yang diberi label S1, S2, dan S3. Masing-masing subjek memiliki kemampuan berbeda dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola yang sudah disajikan. Strategi dan cara menyampaikan pemecahan masalah setiap subjek akan disajikan dalam uraian berikut.

1. Masalah 1
a. Subjek 1

Sistem kognitif S1 yaitu pemrosesan pengetahuan dalam menyelesaikan masalah berdasarkan adalah sebagai berikut. S1 menuliskan dengan jelas strategi yang digunakan dalam menyelesaikan masalah 1. Pada tahap *preception of generality* S1 memfokuskan perhatian pada persegi putih diatas dan dibawah persegi hitam yang banyaknya selalu sama dengan kotak hitam. Kemudian S1 melanjutkan penjelasannya pada persegi putih dikiri dan kanan persegi hitam. S1 menyadari bahwa sebanyak apapun persegi hitam, akan muncul 6 persegi putih disisi kiri dan kanannya. Saat menjawab pertanyaan butir (a) S1 menggunakan hasil identifikasinya untuk menentukan banyak persegi putih disekitar 50 persegi hitam. Ini menunjukkan S1 sudah berhasil pada tahap *Expression Of generality*. Pada tahap *Symbolic Expression Of Generality* S1 berhasil menuliskan banyak persegi putih jika ada n persegi hitam.



Gambar 4 Jawaban S1 pada masalah 1

Berdasarkan hasil wawancara, S1 menunjukkan bahwa sudah mampu menentukan banyak persegi putih untuk persegi hitam secara acak menggunakan bentuk umum yang didapat. Ini menunjukkan bahwa S1 sudah melampaui tahap *Manipulation of generality*.

P : "semisal ada 100 persegi hitam, berapa banyak persegi putih yang mengelilinginya?"

S1 : "ada 100 dikali 2 kemudian ditambah 6, jadi ada 206 persegi putih"

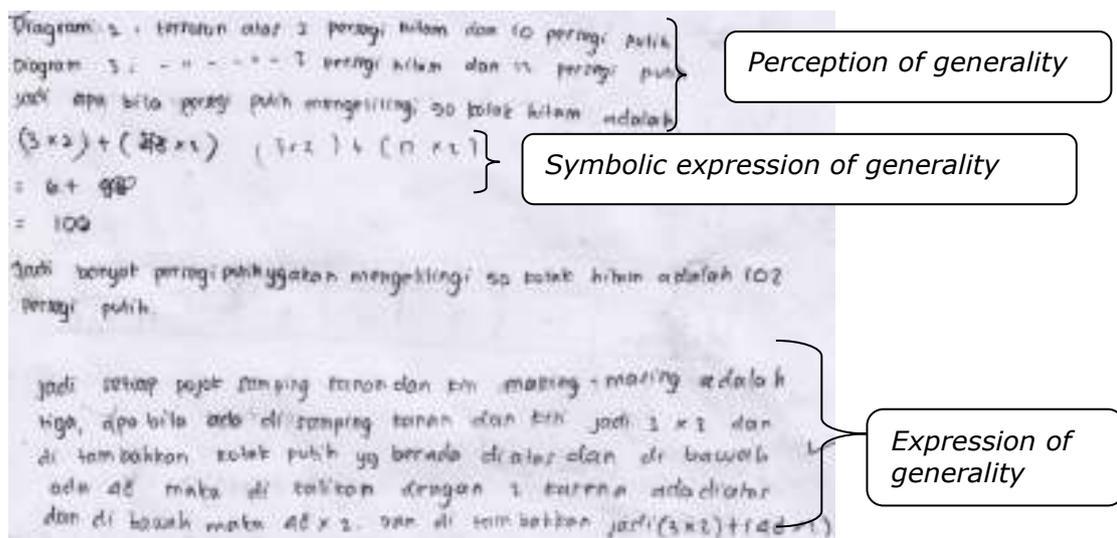
S1 menunjukkan sistem dirinya dengan mengatakan bahwa sangat merasa tertantang dan bersemangat dalam menyelesaikan masalah yang disajikan. Sistem metakognitif S1 diketahui peneliti melalui proses wawancara dan dari cara S1 dalam menyelesaikan masalah. S1 sudah memahami masalah yang dihadapi, dan mampu memilih penyelesaian yang tepat untuk masalah 1. S1 menuliskan cara menyelesaikan masalah pada lembar jawaban dengan serta menunjukkan strategi yang dipilih dengan jelas dan rinci. Kalimat penjelasan yang ditulis pada lembar jawaban menunjukkan keyakinan terhadap strategi pilihannya.

b. Subjek 2

Subjek 2 atau S2 menunjukkan tahap *preception of generality* dengan menuliskan kembali banyak persegi pada setiap diagram. Kemudian menjelaskan banyak persegi putih yang mengelilingi persegi hitam dengan memfokuskan perhatian pada banyak persegi disebelah kanan dan kiri persegi hitam. Pada tahap *Expression of generality* S2 menuliskan dan menggunakan hasil identifikasinya untuk mendapatkan banyak persegi putih disekitar 50 persegi hitam. Terjadi *misconsepsi* didalam menjawab masalah 1. Peneliti melakukan konfirmasi pada S2 melalui proses wawancara.

- P : "Coba ceritakan bagaimana kamu mendapatkan ini (menunjuk jawaban S2)"
 S2 : " jadi saya melihat masing-masing ada 3 persegi ini(menunjuk persegi kanan dan kiri), lalu persegi diatas dan dibawah ini."
 P : "48 ini dari mana?"
 S2 : "dari sini bu, kan dikiri dan dikanan ada masing-masing satu"
 P : "Coba diperhatikan lagi, di diagram 1,2, dan 3. Kalau ada satu persegi hitam, berapa bagian atas dan bawahnya?"
 S2 : "(menghitung persegi) Oh ya Bu, jadi banyak persegi atas dan bawahnya sama dengan persegi hitam. kanan dan kirinya beda lagi"
 P : "Jadi, berapa banyak persegi putih jika ada 50 persegi hitam?"
 S2 : "(menulis pada lembar jawaban) ada $(3*2)+(50*2)$ bu. 106 persegi putih."
 P : "Jadi, kalau peregi putihnya ada n ?"
 S2 : "Ada $(3*2)+(n*2)$ bu"
 P : "semisal ada 200 persegi hitam, berapa banyak persegi putihnya?"
 S2 : "Ada $(3*2)+(200*2)$, jadi 406 persegi putih Bu"

Setelah melalui proses wawancara, S2 mampu menuliskan bentuk umum dari banyak persegi putih yang mengelilingi persegi hitam. S2 juga mampu menggunakan bentuk umum tersebut untuk mendapatkan banyak persegi putih pada kasus lainnya. Hal ini bahwa S2 telaj melewati tahap *Symbolic expression of generality* dan *Manipulation of generality*. Berikut adalah tahapan generalisasi pola yang dilalui oleh S2.



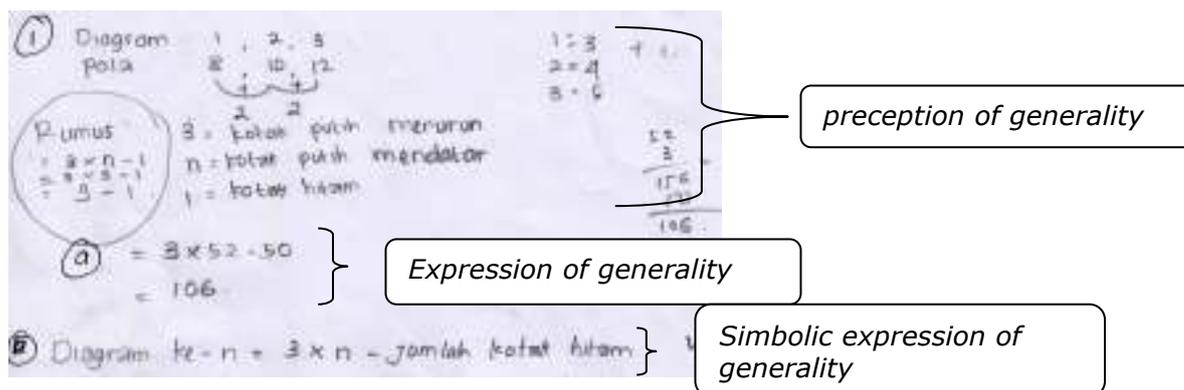
Gambar 5 Jawaban S2 pada masalah 1

S2 menunjukkan sistem diri yang berkembang dari merasa "susah" hingga bersemangat menyelesaikan masalah 1. Informasi ini didapatkan dari komentar S2 pada saat mengerjakan tes. Sistem metakognitif S2 dapat terlihat berdasarkan cara S2 pada saat mengerjakan tes. S2 aktif berbicara menyampaikan apa yang akan dia kerjakan pada

saat proses wawancara. S2 menyampaikan tujuan dan cara menyelesaikan masalah pada lembar jawaban.

c. Subjek 3

Subjek 3 atau S1 memiliki sitem kognitif yang sedikit berbeda. Pada tahap *preception of generality* S3 mengidentifikasi pola pada persegi putih dan persegi hitam sebagai satu kesatuan, kemudian menemukan banyak persegi putih dengan mengurangi seluruh persegi pada tiap diagram dengan persegi hitam. Pada diagram 1 ada sebanyak 3*3 persegi dikurangi 1 persegi hitam. Pada diagram 2 terdapat 3*4 persegi dikurangi 2 persegi hitam. Maka pada diagram ke 50 ada sebanyak 3*52 dikurangi 50 persegi hitam.



Gambar 6 jawaban S3 pada masalah 1

Setelah tahap *expression of generality* terlewati S3 menliskan suatu bentuk ke-*n* dari banyak persegi putih yang mengelilingi persegi hitam. Namun bentuk umum yang dituliskan belum sesuai. Peneliti melakukan konfirmasi pada saat wawancara.

- P : "Bagaimana kamu mendapatkan ini (menunjuk jawaban S3)"
 S3 : "Awalnya saya menduga bahwa banyak persegi putih ini berjarak 2 dari diagram setelahnya, tapi karena saya bingung akhirnya saya ubah caranya. Saya perhatikan semua persegi jumlahnya kelipatan 3. Jadi ini saya kalikan 3 kemudian saya kurangi banyak persegi hitam. "
 P : "Bagian mana yang dikalikan 3?"
 S3 : "Yang ini bu (menunjuk banyak persegi paling bawah)"
 P : "Lalu untuk mendapat persegi yang ini bagaimana? (menunjuk jawaban poin (a))"
 S3 : "Ya tinggal saya kalikan 3 dengan 52 kemudian saya kurangi 50"
 P : "Darimana tahu angka 52 itu?"
 S3 : "Saya mikirnya kalau 1 kotak hitam 3*3, kalau 2 kotak hitam 3*4, 3 kotak hitam 3*5. Semua ditambah 2 dari banyak kotak hitam, Bu. Jadi saya tambah 50 dengan 2 jadilah 52"
 P : "Nah, kalau begitu bentuk ini apa? (menunjuk bentuk umum pada jawaban poin b)"
 S3 : "Lha kan ini saya ganti saja bu. 3*n-banyak kotak hitam"
 P : "Coba cek lagi, di diagram 1 ada berapa kotak hitam?"
 S3 : "Ada 1 Bu"
 P : "Nah, di diagram 2 ada berapa kotak hitam?"
 S3 : "Lha ada 2 bu"
 P : "Yang ketiga?"
 S3 : "Ada 3 Bu"
 P : "Jadi, kalau pada diagram *n* berapa kotak hitamnya?"
 S3 : "Ada *n* juga Bu"
 P : "Kalau memakai 3*n-banyak kotak hitam betulkah jawaban jika dilakukan pada diagram 50?"
 S3 : "Sebentar Bu, sepertinya saya salah ini. Harusnya 3*(n+2)-n Bu. Kalau seperti ini dimasukkan n 50 jadi betul.

Saat S1 melakukan konfirmasi bentuk umum yang sudah didapat pada diagram ke-50 menunjukkan bahwa S3 telah melalui tahap *manipulation of generality*. Semangat dan motivasi diri dari 3 terlihat ketika proses penyelesaian masalah 1. Selama proses wawancara S3 juga menampakan semangat yang bagus untuk menyelesaikan kekurangan pada saat menjawab tes. Ini menunjukkan sistem diri yang terbangun dalam diri S3. Meskipun pada lembar jawaban S3 belum menampakan strategi yang tepat, namun strategi S3 sangat tampak pada saat proses wawancara. S3 menunjukkan tujuan penyelesaian masalah dan menunjukkan strategi yang baik untuk menyelesaikan masalah 1. Strategi yang dipilih berbeda dengan strategi dua subjek lainnya. Dari wawancara inilah sistem metakognitif S3 dapat terlihat jelas.

Berdasarkan uraian jawaban masing-masing subjek dalam menyelesaikan masalah 1, berikut adalah tabel kemampuan generalisasi pola berdasarkan Taksonomi Marzano.

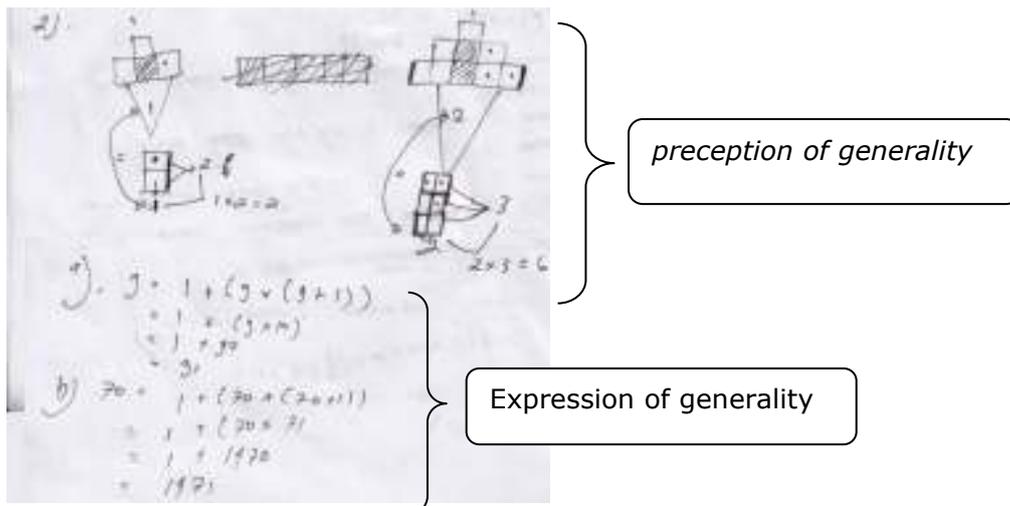
Tabel 3. Deskripsi kemampuan subjek berdasarkan Taksonomi Marzano pada masalah 1

Sistem	Level	Deskripsi		
		S1	S2	S3
Kognitif	<i>Retrieval</i> (pengetahuan)	Menggali informasi dari <i>Masalah 1</i> dengan menentukan informasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.	Menggali informasi dari <i>Masalah 1</i> dengan menentukan informasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.	Menggali informasi dari <i>Masalah 1</i> dengan menentukan informasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.
	<i>Comprehension</i> (pemahaman)	Memvisualisasikan masalah dan menerjemahkan masalah kedalam bahasa matematika serta merepresentasikan informasi yang diketahui	Memvisualisasikan masalah dan menerjemahkan masalah kedalam bahasa matematika serta merepresentasikan informasi yang diketahui	Memvisualisasikan masalah dan menerjemahkan masalah kedalam bahasa matematika serta merepresentasikan informasi yang diketahui
	<i>Analysis</i> (analisis)	Menguji hasil identifikasi masalah menjadi suatu bentuk yang mudah dipahami dan digunakan.	Menguji hasil identifikasi masalah menjadi suatu bentuk yang mudah dipahami dan digunakan.	Menguji hasil identifikasi masalah menjadi suatu bentuk yang mudah dipahami dan digunakan.
	<i>Utilization</i> (penggunaan)	Menggunakan hasil analisis untuk mendapatkan suatu bentuk umum dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah	Menggunakan hasil analisis untuk mendapatkan suatu bentuk umum dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah	Menggunakan hasil analisis untuk mendapatkan suatu bentuk umum dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah
Metakognitif	Metakognisi	Membagi persegi putih menjadi bagian kanan, kiri, atas dan bawah persegi hitam.	Membagi persegi putih menjadi bagian kanan, kiri, atas dan bawah persegi hitam.	Menghitung semua persegi, kemudian mengurangi dengan persegi hitam.
<i>Self-System</i>	<i>Self</i>	Merasa tertantang dan beremangat dalam menyelesaikan masalah	Merasa "susah" tetapi mampu menyelesaikan dan terlibat dam masalah	Terlibat aktif dalam penyelesaian masalah

2. Masalah 2

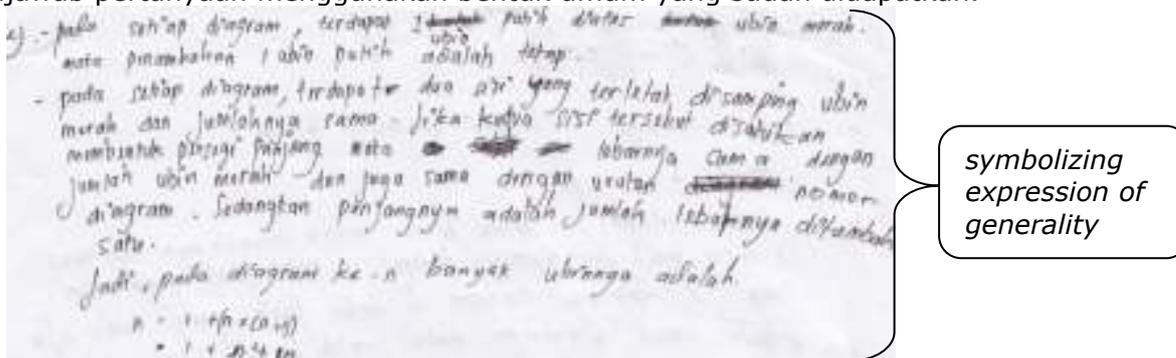
a. Subjek 1

Sistem kognitif S1 terlihat pada cara menyelesaikan masalah 2. S1 mengidentifikasi masalah dengan mengubah tatanan ubin kanan dan kiri menjadi tatanan persegi panjang. S1 mengklasifikasikan ubin menjadi 2 bagian, yakni ubin kanan kiri dan ubin atas yang tetap berjumlah 1. Ini menunjukkan S1 telah berada pada tahap *preception of generality*. Selanjutnya, S1 menggunakan dugaan yang sudah dihasilkan untuk menemukan banyak ubin putih pada diagram ke 9 dan 70. S1 mengekspresikan dugaan dalam bentuk tulisan, namun belum menggunakan bentuk umum. Inilah yang menunjukkan tahap *expression of generality*.



Gambar 7. Jawaban S1 pada masalah 2

S1 melanjutkan jawaban dengan mendeskripsikan secara jelas alur dugaan dan identifikasinya hingga mendapatkan suatu bentuk umum. Hal ini menunjukkan S1 telah melewati tahap *symbolizing expression of generality*. Pada saat wawancara S1 berhasil menjawab pertanyaan menggunakan bentuk umum yang sudah didapatkan.



Gambar 8. jawaban S1 pada masalah 2

Peneliti melakukan konfirmasi terhadap jawaban S1 melalui proses wawancara. Didapati bahwa S1 melakukan kesalahan perhitungan saat menyelesaikan poin (b). S1 mengkonfirmasi dengan memberikan keterangan yang tepat.

P : "Bagaimana kamu mendapatkan ini (menunjuk jawaban S1)"

S1 : "Saya mengubah konstruksi ubin kanan dan kiri ubin merah menjadi persegi panjang. Kemudian saya dapati bahwa banyak ubin putih adalah $1+(n*(n+1))$."

P : "Lalu bagaimana kamu mendapatkan jawaban ini? (menunjuk poin a dan b)"

S1 : "persis seperti yang saya tuliskan ini bu"

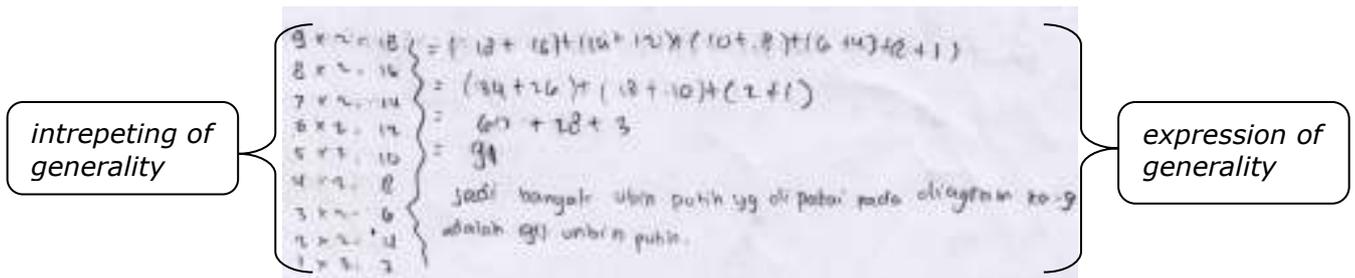
P : "coba dicek lagi kedua poin, apakah sudah benar?"

S1 : "(mengecek jawaban saat kemudian menjawab) Maaf Bu, sepertinya saya salah hitung. Seharusnya ini Bu, $1+(70+(70+1))$ hasilnya 4971"

Sistem diri S1 nampak sangat tertantang dan menikmati proses menyelesaikan masalah 2. Hal ini diperkuat ketika proses wawancara, S1 menyatakan bahwa "sangat seru dan penasaran dengan cara menyelesaikannya". S1 telah memahami tujuan penyelesaian masalah. S1 menuliskan strategi penyelesaian masalah dengan jelas pada lembar jawaban, diperkuat dengan cara menjelaskan 1 pada saat wawancara.

b. Subjek 2

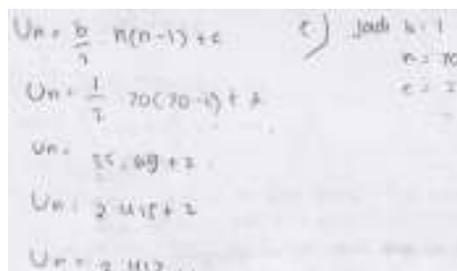
S2 menyelesaikan masalah 2 dengan menggunakan strategi menghitung atau mencacah ubin putih secara manual. Pada jawaban yang dituliskan S2 mengidentifikasi ubin putih sebagai hasil penjumlahan dari banyak ubin kanan dan kiri. Ini menunjukkan tahap *intrepeting of generality* sekaligus *expression of generality*. Hal ini diperkuat dengan keterangan S2 pada saat wawancara.



Gambar 9. jawaban S2 untuk masalah 2

- P : "Coba ceritakan bagaimana proses kamu mendapatkan ide ini (menunjuk jawaban S2)"
- S2 : "Saya menghitung ubin putih dikanan dan kiri ubin hitam, kemudian menambahkan seluruhnya dengan 1 ubin diatas ubin merah. Pada diagram 1 banyak ubin putihnya (1*2)+1. Pada diagram 2 banyak ubin putihnya (1*2)+(2*2)+1. Pada diagram 3 banyak diagram putihnya (1*2)+(2*2)+(3*2)+1. Jadi saat diagram 9 saya menghitungnya begini Bu. (menunjuk lembar jawaban)"
- P : "Nah kalau cara mendapatkan banyak ubin putih pada diagram ke 70 bagaimana?"
- S2 : "Saya tidak tahu bu, mau nulis sepertinya panjang sekali."
- P : "tidak ada cara lainkah?"
- S2 : "(sambil menggeleng) tidak tahu bu, saya bingung. Awalnya saya merasa bisa, tapi kalau ditulis semua jadi panjang"

S2 belum berhasil pada tahap *symbolic expression of generality*. S2 mencoba menuliskan formula untuk mendapatkan banyak ubin putih pada diagram ke-70. Namun belum berhasil menemukan formula yang tepat. Pemahaman S2 berhenti pada proses mencacah pada masalah ini.



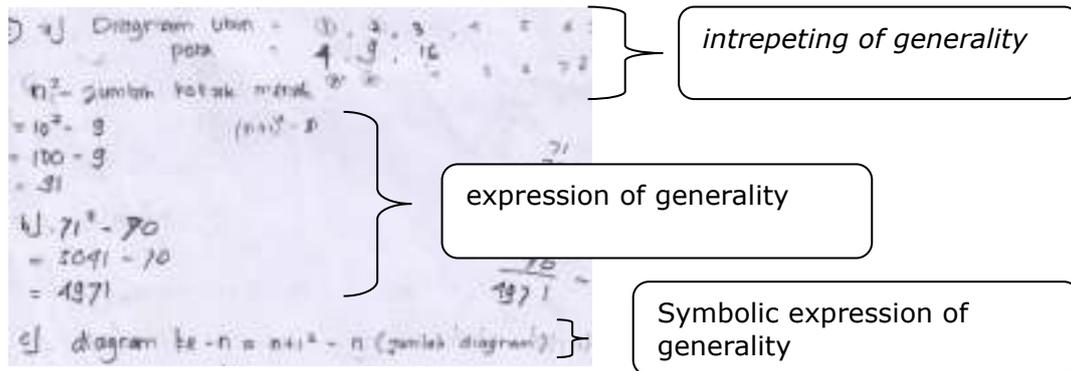
Gambar 10. percobaan S2 untuk membuat bentuk umum masalah 2

System diri yang ditunjukkan oleh S2 berawal dari merasa bersemangat menjadi bingung dan menyerah ketika belum berhasil mendapatkan bentuk umum dari masalah 2. Sistem metakognitif S2 menunjukkan bahwa S2 mengetahui tujuan masalah, yakni menemukan bentuk umum dan menggunakan untuk menyelesaikan masalah. Strategi

yang dipakai S2 terhenti sampai *expression of generality*, yaitu proses menemukan banyak ubin putih dengan mencacah gambar.

c. Subjek 3

Subjek 3 atau S3 menyelesaikan masalah dengan melakukan pencacahan terhadap pola ubin secara menyeluruh. Setelah mendapatkan banyak semua ubin, S3 mengurangkan dengan banyak ubin gelap. Menggunakan hasil intepretasi tersebut, S3 dapat menjawab pertanyaan poin (b) dan (c) dengan tepat. Kemudian S3 menuliskan bentuk umum banyak ubin putih pada diagram ke- n . Konfirmasi terhadap jawaban S3 dilakukan oleh peneliti untuk mengkonfirmasi jawaban. Didapati bahwa S3 kurang tepat dalam menuliskan bentuk umum pola ubin putih. Seharusnya S3 menuliskan $(n + 1)^2 - n$ tetapi S3 menuliskan $n + 1^2 - n$. Kesalahan penulisan ini telah diklarifikasi oleh S3 ketika proses wawancara.



Gambar 11. Jawaban S3 dalam menyelesaikan Masalah 2

Sistem diri dari S3 terlihat dari hasil wawancara. S3 menyatakan “awalnya bingung, tapi makin dilihat makin paham dan akhirnya bisa dikerjakan”. Sistem metakognitif terlihat dari tujuan dan strategi yang dipilih S3. Tidak berbeda jauh dari masalah 1, pada masalah 2 S3 memilih menghitung seluruh ubun, kemudian mengurangkan dengan ubin gelap di tengahnya.

Berdasarkan uraian jawaban masing-masing subjek dalam menyelesaikan masalah 2, berikut adalah tabel kemampuan generalisasi pola berdasarkan Taksonomi Marzano.

Tabel 4. Deskripsi kemampuan subjek berdasarkan Taksonomi Marzano pada masalah 2

Sistem	Level	Deskripsi		
		S1	S2	S3
Kognitif	<i>Retrieval</i> (pengetahuan)	Menggali informasi dari <i>Masalah 2</i> dengan menentukan informasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.	Menggali informasi dari <i>Masalah 2</i> dengan menentukan informasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.	Menggali informasi dari <i>Masalah 2</i> dengan menentukan informasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.
	<i>Comprehension</i> (pemahaman)	Memvisualisasikan masalah dan menerjemahkan masalah dengan menggambar kembali diagram sertamengklasifikasi bagian dari masing-masing diagram	Memvisualisasikan masalah dan menerjemahkan masalah kedalam bahasa matematika serta merepresentasikan informasi yang diketahui	Memvisualisasikan masalah dan menerjemahkan masalah kedalam bahasa matematika serta merepresentasikan informasi yang diketahui

	<i>Analysis</i> (analisis)	Menguji hasil identifikasi dan menuliskan hubungan antar ubin menjadi bentuk yang mudah dipahami	Menggunakan hasil identifikasi, namun belum berhasil menuliskan hubungan dalam bentuk yang lebih mudah dipahami	Menguji hasil identifikasi dan menuliskan hubungan antar ubin menjadi bentuk yang mudah dipahami
	<i>Utilization</i> (penggunaan)	Menggunakan hasil analisis untuk mendapatkan suatu bentuk umum dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah	Belum mampu menggunakan hasil analisis untuk menyelesaikan masalah	Menggunakan hasil analisis untuk mendapatkan suatu bentuk umum dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah
Metakognitif	Metakognisi	memisahkan antara ubin kanan kiri dengan atas. Mengubah susunan ubin kanan kiri menjadi susunan persegi panjang	Menganalisis pola ubin sebagai suatu bentuk penjumlahan yang berurutan.	Menghitung semua ubin, kemudian mengurangi dengan ubin berwarna gelap.
<i>Self-System</i>	<i>Self</i>	Merasa tertantang dan menikmati dalam menyelesaikan masalah	Merasa tertantang terlibat dalam masalah, pada bagian akhir merasa bingung.	Semakin terlibat dalam masalah, merasa semakin bersemangat dan tertantang

3. Masalah 3

a. Subjek 1

Sistem kognitif S1 atau pemrosesan penyelesaian masalah yang dilalui adalah sebagai berikut. Pada tahap *intrepeting of generality* S1 melakukan identifikasi dengan menggunakan manipulasi perhitungan. Identifikasi tersebut digunakan untuk menjawab poin a dan b, sehingga S1 berhasil mencapai tahap *expression of generality*. S1 mendapati bahwa banyak segitiga sama dengan $n * (\frac{1}{2} * (n + 1))$. Bentuk umum ini dapat digunakan untuk mencari banyak segitiga pada sebarang diagram lanjutandari masalah 3. Ini menunjukkan S1 telah melewati tahap *symbolic expression of generality* dan mencapai tahap *manipulating of generality*.

The image shows handwritten mathematical work for problem 3. At the top, there is a table with columns for 'Diagram', 'Sisi', and 'Banyak segitiga'. The rows show data for diagrams 1 through 7. Below the table, there are calculations for the perimeter of a triangle with side length 20, and then a general formula for the perimeter of a triangle with side length n : $P = 3 \times (n \times 1) = 3n$. The work is annotated with three callout boxes: 'intrepeting of generality' pointing to the table, 'expression of generality' pointing to the calculations, and 'symbolic expression of generality dan manipulating of generality' pointing to the general formula.

Gambar 12. Jawaban S1 pada Masalah 3

Sistem diri S1 nampak sangat tertantang dan menikmati proses menyelesaikan masalah 3. Hal ini diperkuat ketika proses wawancara, S1 menyatakan bahwa "sangat seru dan penasaran dengan cara menyelesaikannya". S1 telah memahami tujuan penyelesaian masalah. S1 menuliskan strategi penyelesaian masalah dengan jelas pada lembar jawaban, diperkuat dengan cara menjelaskan pada saat wawancara.

b. Subjek 2

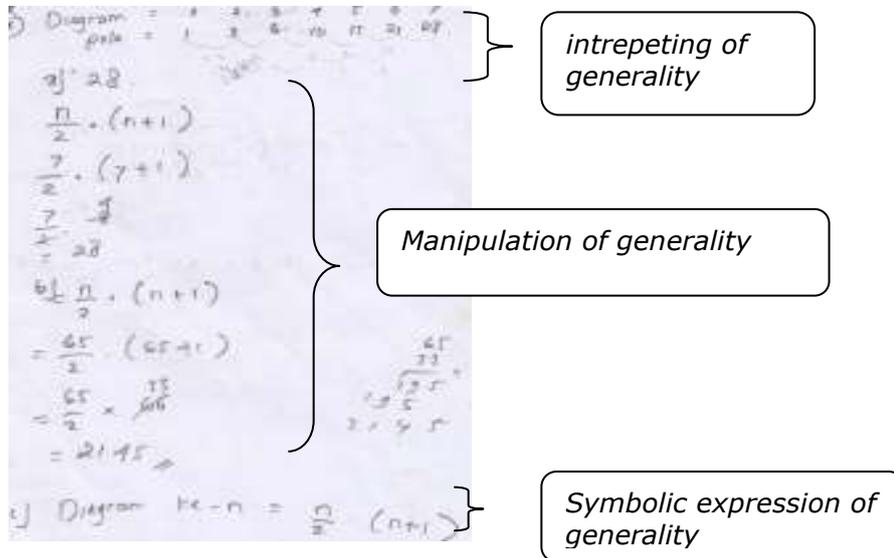
S2 melakukan tahap *intrepeting of generality* dengan menuliskan kembali banyak segitiga pada masing-masing diagram kedalam bentuk tabel. Dengan metode mencacah secara manual, S2 mendapatkan banyak ubin putih pada diagram ke 7. Namun proses indentifikasi yang dilakukan belum tepat. Hal ini menunjukkan bahwa S2 belum mampu sampai pada tahap *expresion of generality*. Pada sesi wawancara peneliti kembali mengkonfirmasi jawaban S2, namun sistem diri berupa motivasi menyelesaikan masalah 2 mengalami penurunan. Dalam sistem metakognisi, S2 mampu memahami tujuan penyelesaian masalah namun belum berhasil mendapatkan strategi yang tepat. Berikut strategi yang dilakukan oleh 2 dalam menyelesaikan masalah 2.

The image shows handwritten mathematical work for problem 3. At the top, there is a table with columns for 'Diagram', 'Sisi', and 'Banyak segitiga'. The rows show data for diagrams 1 through 7. Below the table, there are calculations for the perimeter of a triangle with side length 18, and then a general formula for the perimeter of a triangle with side length n : $P = 3 \times (n \times 1) = 3n$. The work is annotated with two callout boxes: 'intrepeting of generality' pointing to the table, and 'expresion of generality' pointing to the calculations.

Gambar 13. jawaban S2 pada masalah 3

c. Subjek 3

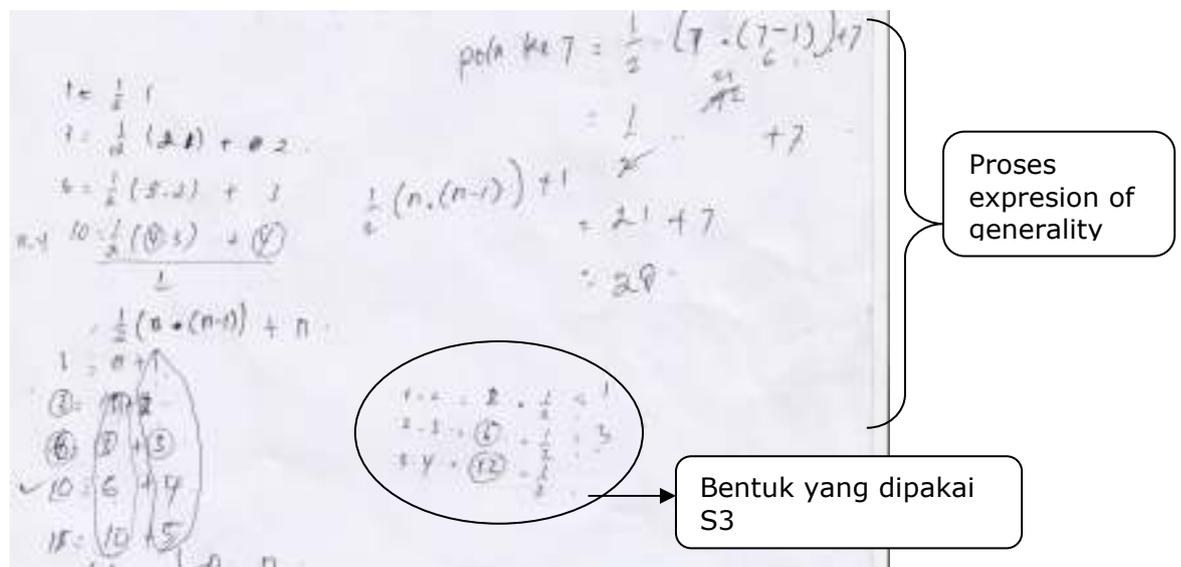
S3 melakukan tahap *intrepeting of generality* dengan menuliskan kembali banyak segitiga pada masing-masing diagram. Dengan metode mencacah serta mencari hubungan abtar diagram, S3 mendapatkan banyak segitiga pada diagram ke 7. Pada tahap *expresion of generality* S3 memilih menuliskan secara langsung bentuk umum banyak segitiga.



Gambar 14. Jawaban S3 pada Masalah 3

Pada sesi wawancara peneliti kembali mengkonfirmasi dari mana S3 mendapatkan bentuk umum.

- P : "Bagaimana kamu bisa mendapatkan bentuk ini? (menunjuk paa bentuk umum yang ditulis S3)"
- S3 : "Saya mencoba menentukan selisih masing-masing segitiga, dan berhasil mendapatkan ini (menunjuk angka 28 pada poin a). Saya melanjutkan pola ini agar mendapat rumusnya tetapi belum berhasil. namun setelah saya coba pikirkan, belum menemukan kelanjutannya. Maka saya coba-coba saja sampaikan menemukan bentuk seperti ini. (menunjuk kertas berisi coretan S3 saat menyelesaikan masalah 3) "



Gambar 15. Coretan S3 dalam menentukan bentuk umum

Berdasarkan hasil coretan percobaan menemukan dan bentuk umum segitiga ke- n , S3 menunjukkan system diri melalui kegigihan dan motivasinya dalam menyelesaikan masalah 3. S3 menyadari bahwa tujuan masalah ketiga adalah bentuk umum, untuk itu S3 memilih strategi *try and error* dalam menyelesaikannya.

Berdasarkan uraian jawaban masing-masing subjek dalam menyelesaikan masalah 3, berikut adalah tabel kemampuan generalisasi pola berdasarkan Taksonomi Marzano.

Tabel 5. Deskripsi kemampuan subjek berdasarkan Taksonomi Marzano pada masalah 3

Sistem	Level	Deskripsi		
		S1	S2	S3
Kognitif	<i>Retrieval</i> (pengetahuan)	Menggali informasi dari <i>Masalah 3</i> dengan menentukan informasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.	Menggali informasi dari <i>Masalah 3</i> dengan menentukan informasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.	Menggali informasi dari <i>Masalah 3</i> dengan menentukan informasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.
	<i>Comprehension</i> (pemahaman)	Memvisualisasikan masalah kedalam bahasa matematika serta merepresentasikan informasi yang diketahui	Memvisualisasikan masalah dan menerjemahkan masalah kedalam tabel merepresentasikan informasi yang diketahui	Memvisualisasikan masalah kedalam bahasa matematika serta merepresentasikan informasi yang diketahui
	<i>Analysis</i> (analisis)	Menguji hasil identifikasi dan menuliskan hubungan banyak segitiga dengan diagram. Melakukan manipulasi perhitungan hingga didapatkan konstruksi yang sesuai.	Belum berhasil melakukan analisis	Menguji hasil identifikasi dan menuliskan hubungan banyak segitiga dengan diagram
	<i>Utilization</i> (penggunaan)	Menggunakan hasil analisis untuk mendapatkan suatu bentuk umum dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah	Belum mampu menggunakan hasil analisis untuk menyelesaikan masalah	Menggunakan hasil analisis untuk mendapatkan suatu bentuk umum dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah
Metakognitif	Metakognisi	Menuliskan banyak segitiga pada tiap diagram kemudian menentukan hubungan dengan operasi hitung.	Menganalisis pola segitiga sebagai suatu bentuk penjumlahan yang berurutan.	Melakukan operasi hitung dengan metode <i>try and error</i> .
<i>Self-System</i>	<i>Self</i>	Merasa seru dan penasaran dalam menyelesaikan masalah	Motivasi terlibat dalam masalah mengalami penurunan	Semakin terlibat dalam masalah, merasa semakin bersemangat dan tertantang

4. Pembahasan

Subjek dalam penelitian ini adalah siswa Kelas VIII, yang menurut teori Piaget berada pada periode operasi formal. Tahap operasi formal merupakan tahap puncaknya perkembangan struktur kognitif. Siswa remaja mampu berpikir logis untuk semua jeni masalah hipotesis, masalah verbal, dan ia dapat menggunakan penalaran ilmiah serta dapat menerima pandangan orang lain.

Menurut Ginsburg dan Oppen (1998) seseorang pada tahap ini sudah mempunyai tingkat ekuilibrium yang tinggi. Ia dapat berpikir fleksibel dan efektif. Serta dapat berhadapan dengan masalah yang kompleks. Siswa dapat dikatakan berpikir formal jika mampu memahami permasalahan yang murni abstrak, mampu membuat hipotesis, menangani permasalahan kombinasi permutasi dengan baik serta dapat berpikir secara luwes dan fleksibel terlepas dari aturan prosedural yang telah dipelajari (Nur & Rahman, 2013).

Dalam menyelesaikan masalah, ketiga subjek menunjukkan proses yang tertib dalam menggeneralisasikan pola. Dimulai dengan melakukan interpretasi, mengekspresikan hasil identifikasi, menuliskan simbol berdasarkan hasil identifikasi dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah. Hal ini sesuai dengan pernyataan Lian dan Idris (2006) yang mengungkapkan 4 proses penyelesaian masalah aljabar, yaitu dimulai dari menyelidiki pola, merepresentasi dan memperumum pola, mengaplikasikan aturan untuk situasi terkait dan memperumum solusi alternatif untuk situasi baru. Hal itu dibuktikan dengan sebagian besar siswa yang mengawali generalisasi dengan mengamati gambar, kemudian membangun hubungan yang sesuai. Tahap akhirnya adalah menentukan bentuk umum untuk diaplikasikan pada kasus lain. Kenyataan tersebut memperkuat hasil penelitian yang dilakukan Dindyal (2007) tentang tahap yang dilalui siswa dalam menggeneralisasikan pola. Tahap tersebut melalui pemodelan secara langsung, tahap identifikasi pola, tahap membuktikan pola, dan menemukan aturan umum untuk menyelesaikan kasus terkait. Tahap proses generalisasi siswa tersebut serupa dengan yang diungkapkan oleh Booker (2010), bahwa ada 4 tahap penalaran induktif yaitu tahap identifikasi pola, tahap pengujian bukti dari pola, dan tahap akhir untuk menemukan aturan untuk kasus umum.

Berdasarkan hasil penelitian, kemampuan siswa SMP dalam menggeneralisasikan pola berada pada level yang berbeda. S1 dan S2 cenderung berada pada level yang sama, kedua subjek ini dapat melampaui level 5 pada sistem kognitif. Pada sistem diri kedua subjek sama-sama merasa termotivasi untuk terlibat dalam masalah. Tujuan penyelesaian masalah yang dipahami oleh kedua subjek juga menunjukkan sistem metakognisinya sudah terbangun. Didukung dengan pemilihan strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah. S1 lebih tertarik untuk bermain dengan operasi hitung dan memanipulasi gambar. S3 tertarik untuk mencacah banyak pola kemudian mengurangi dengan jumlah diagram. Pada masalah 3 baik S1 menggunakan manipulasi operasi hitung untuk menyelesaikan masalah. Sedangkan S3 menggunakan metode "try and error" sampai menemukan bentuk yang sesuai. Pada masalah 1 S2 berhasil mencapai level 5. Tetapi belum berhasil mencapai level 3 pada masalah 2 dan 3. S2 memfokuskan cara mendapatkan aturan yang tepat bagi masing-masing pola dengan metode penjumlahan dengan selisih yang sama pada tiap pola. S2 merasa kesulitan ketika pola yang disajikan tidak memiliki selisih yang konstan.

Ketiga subjek dalam penelitian ini memiliki cara berbeda untuk mengungkapkan ide generalisasinya. S1 lebih cenderung merepresentasikan generalisasinya secara visual dan verbal. S2 lebih cenderung merepresentasikan generalisasinya secara aritmatik. S3 merepresentasikan ide generalisasinya secara aljabar. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian tentang generalisasi pola yang menemukan bahwa masing-masing individu dapat melihat pola yang sama dengan cara berbeda (Rivera & Becker, 2007). Selain itu, Cañadas, Castro & Castro (2010) juga mengungkapkan bahwa ada 4 cara siswa dalam merepresentasikan ide generalisasinya yaitu aritmatik, aljabar, visual dan verbal. Dindyal (2007) yang mengungkapkan bahwa siswa secara umum mengungkapkan generalisasi dengan verbal sebelum beralih ke penyimbolan. Cañadas dan Castro (2007) membedakan dua cara untuk mengungkapkan hubungan keterurutan. Cara pertama menyangkut penggunaan simbol-

simbol dan angka, dan yang kedua mengacu pada penggunaan bahasa alami (verbal) untuk mengekspresikan generalisasi.

Kebanyakan subjek menggunakan strategi menghitung untuk mendapatkan urutan pola yang terdekat. Menghitung dipilih karena merupakan cara termudah untuk memulai generalisasi. Strategi lain yang umum dipakai siswa untuk menggeneralisasikan pola adalah strategi rekursif, siswa menggunakan jarak atau beda untuk menentukan pola pada kasus tertentu. Sejalan dengan yang dikatakan Barbosa, Vale & Palhares (2007) bahwa kebanyakan siswa memilih strategi menghitung dan rekursif untuk melakukan generalisasi dekat. Dindyal (2007) mengatakan bahwa secara umum siswa mengungkapkan ide generalisasinya secara rekursif.

Temuan lain dalam penelitian ini adalah adanya kesalahan siswa saat mentransformasi hubungan dalam bentuk aritmatika kedalam bentuk aljabar. sejalan dengan hasil penelitian yang dilakukan Warren dan Cooper (2007) yang menemukan bahwa siswa merasa bingung ketika mengubah pernyataan verbal kedalam bentuk n . Küchemann (1978) dalam penelitiannya juga menunjukkan kesalahpahaman penggunaan symbol menjadi refleksi utama dalam hubungan penyimbolan dalam penyelesaian masalah aljabar.

Beberapa kendala yang dialami siswa pada saat menggeneralisasikan pola. Yakni kurangnya siswa terlibat dalam kegiatan generalisasi sebelumnya, siswa masih terbiasa mengerjakan soal rutin yang tidak membutuhkan generalisasi secara mendalam. Hal tersebut sesuai dengan penelitian yang dilakukan Lee (1996), ia menemukan bahwa kegiatan generalisasi menyebabkan tiga jenis hambatan konseptual. Pertama, ada kendala di tingkat persepsi, yang berkaitan dengan melihat pola yang sebenarnya. Kedua, ada kendala di tingkat verbalising, yang melibatkan kejelasan pengekspresian pola. Ketiga, ada kendala di tingkat symbolisation, misalnya menggunakan variabel dalam ekspresi umum. Warren dan Cooper (2007) juga menemukan bahwa sebagian besar siswa tidak dapat melengkapi pola berkembang yang sangat mudah. Mereka menambahkan bahwa ada dua alasan yang menyebabkan hal itu. Pertama karena kurangnya pengalaman siswa dalam menyelesaikan pola gambar yang berkembang, kedua karena siswa menganggap pola berkembang bukan masalah yang mudah.

D. PENUTUP

Simpulan

Masing-masing subjek memiliki sistem kognitif dan kemampuan yang berbeda dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola. Ada subjek yang mampu menyelesaikan semua masalah dengan tepat, ada juga subjek yang belum berhasil menyelesaikan masalah. Kebanyakan subjek menyajikan geberalisasinya menggunakan penjelesan secara aljabar dan verbal. Kesulitan yang dihadapi oleh masing-masing subjek adalah ketika melakukan transfer dari pengetahuan verbal kedalam bentuk ke- n . kesulitan ini dapat dikarenakan kurangnya subjek berhadapan dengan masalah yang menantang siswa untuk berpikir secara mendalam.

Setiap subjek merasa tertantang dan bersemangat menyelesaikan masalah. Namun motivasi itu harus selalu dirangsang agar tidak terjadi penurunan. Sistem metakognitif masing-masing subjek terlihat dari pemahaman subjek terhadap tujuan masalah. Kemudian setiap subjek memiliki strategi untuk menyelesaikan masalah. Tidak ada strategi paten yang harus dilakukan, karena banyak strategi yang bisa dipilih saat menyelesaikan masalah.

Hubungan antara sitem diri, sistem metakognisi dan sistem kognitif dalam taksonomi Marzano sangatlah kuat. Tanpa adanya motivasi diri subjek tidak akan dapat menyelesaikan soal dan membangun sistem metakognisi dalam dirinya. Temuan lain dalam penelitian ini adalah kurangnya latihan bagi siswa dalam menghadapi soal-soal yang menantang. Sehingga pada awal pemberian soal, beberapa siswa merasa susah sebelum mencoba. Tetapi setelah mencoba mereka menjadi merasa bersemangat untuk menyelesaikan.

Saran

1. Saran untuk guru
 - a. Sebaiknya guru merancang pembelajaran dengan membuat hubungan antara aljabar, bilangan, bentuk dan ruang, dan konteks yang menghubungkan aljabar dengan dunia siswa sehingga mulai membentuk pembelajaran yang bermakna.

- b. Guru dapat menggunakan model Taksonomi Marzano untuk melihat proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah yang dapat digunakan sebagai pertimbangan untuk menyusun rencana pembelajaran yang dapat membantu siswa menguasai materi di tingkat selanjutnya
- c. Guru dapat membiasakan siswa belajar berdasarkan masalah agar siswa terbiasa melakukan [emecahan masalah

2. Saran untuk peneliti lanjutan

Hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai informasi awal untuk melakukan penelitian lanjutan sebagai berikut:

- a. Penelitian tentang karakterisasi faktor-faktor yang dapat mempengaruhi kemampuan generalisasi pola siswa.
- b. Penelitian untuk mengetahui kemampuan generalisasi pola siswa dalam menyelesaikan masalah-masalah dalam bentuk visual dan verbal.

E. DAFTAR PUSTAKA

- Barbosa, A., Vale, I., & Palhares, P. 2007. *Exploring generalization with visual patterns: tasks developed with pre-algebra students*: Portugal
- Booker, B. 2010. *Algebraic Thinking: Generalising Number And Geometry To Express Patterns And Properties Succinctly*. Griffith University: Brisbane
- Cañadas, M. C., & Castro, E. 2007. A proposal of categorisation for analyzing inductive reasoning. *PNA*, 1(2), 67-78.
- Dinarti, S. 2015. Tesis: "Pelevelan Kemampuan Generalisasi Pola Berdasarkan Taksonomi Solo". Malang: UM
- Davidov, V. V. 1990. *Types of generalization in instruction: Logical and psychological problems in the structuring of school curricula* (Soviet studies in mathematics education, vol. 2; J. Kilpatrick, Ed., J. Teller, Trans.). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics
- Fortuna, W.A.D. 2018. Pengembangan Instrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika Mengacu Pada Taksonomi Marzano". Surabaya:UIN
- Dindyal, J. 2007. High School Students' Use of Patterns and Generalisations. Dalam J. Watson & K. Beswick (Eds). *Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Mathematics: Volume 1*. MERGA
- Glaser, B.G., & Strauss, A.L. 1967. *The Discovery of Grounded Theory Strategies for Qualitative Research*. New Brunswick (U.S.A.) and London (U.K.) : A Division of Transaction Publishers
- Hashemi, N., Abu, M.S., Kashefi, H., & Rahimi, K. 2013. Generalization in the Learning of Mathematics. *Proceedings of the 2nd International Seminar on Quality and Affordable Education*. Center for Mathematics Education 7(4), p. 23-26
- Kaput, J. J. 1999. Teaching and Learning a New Algebra With Understanding. Kaput, J. J. 1999. Teaching and Learning a New Algebra. Dalam E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics Classroom That Promote Understanding* (133-155). Mahwah, NJ: Earlbaum
- Lee, L. 1996. An initiation into algebraic culture through generalization activities. Dalam N. Bednarz, Kieran and L. Lee (Eds.), *Approached to algebra: Perspective for research and teaching* (pp. 87-106). Dordrecht: Kluwer.
- Lian, L.H., & Idris, N. 2006. Assessing Algebraic Solving Ability Of Form Four Students.
- Marzano, R.J. 2001. *Clasroon instruction that's words*. New York: McREL
- Marzano, Robert J.& Kendall, John. 2006. *The New Taxonomy of Educational Objectives*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
- Mason, J., Stacey, K.& Burton, L. 2010. *Thinking Mathematically* (2th edition), Edinburgh: Pearson.
- Mulligan, J., & Mitchelmore, M. 2009. Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2): 33-49
- NCTM. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston. VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Nur, Andi S. dan Rahman, Abdul. 2013. Pemecahan Masalah Matematika Sebagai Sarana Mengembangkan Penalaran Formal Siswa Sekolah Menengah Pertama. *Jurnal Sainsmat*, 84-92.
- Radford, L. 2010. Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA*, 4(2), 37-62.
- Rivera, F.D. 2010. Visual templates in pattern generalization activity. *Educational Studies in Mathematics*, 73:297–328.
- Seng, T.K., & Yee, L.C. 2007. *Mathematics 1 6th edition*. Singapore: KHL Printing
- Smith, S. M., Hillen, A. F., & Catania, C.L. 2007. Using Pattern Tasks to Develop Mathematical Understandings and Set Classroom Norms. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(1): 38-44
- Swafford, J. & Langrall, C. 2000. Grade 6 students' preinstructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 89-112. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 1(1): 55-76
- Tanişli, D., & Özdaş, A., 2009. Generalizing Patterns of the Primary School 5th Grade Students. *Educational Sciences: Theory & Practice*. 9 (3), 1485-1497
- Wulandari, Y.O. 2014. Tesis : "Proses berpikir Aljabar Siswa Berdasarkan Taksonomi Marzano". Malang: UM
- Zazkis, R., & Liljedahl, P. 2002. Generalization of Patterns: The Tension Between Algebraic Thinking and Algebraic Notation. *Educational Studies in Mathematics* 49: 379–402